**一、选择题（每小题4分，共32分）**（1）若函数在处连续，则（　）。

A. 

B. 

C. 

D. 

【答案】A

【解析】由连续的定义可知：其中，

，从而，也即，故选A.

【试题点评】本题考查函数的连续性。此知识点在[冲刺阶段的数学冲刺串讲班中第一部分高等数学](http://www.cnedu.cn/)有重点讲解，在强化阶段数学强化班高等数学第一章函数、极限、连续和强化阶段数学重点题型精讲班也均有涉及。

（2）设二阶可导函数满足，且，则（　）。

A. 

B. 

C. 

D. 

【答案】B

【解析】由于可知其中的图像在其任意两点连线的曲线下方，也即，，因此

同理，因此

从而，故选B.

【试题点评】本题考查二阶导数与拐点的关系。此知识点在[冲刺阶段的数学冲刺串讲班中第一部分高等数学](http://www.cnedu.cn/)有重点讲解，在强化阶段数学强化班高等数学第二章导数与微分和强化阶段数学重点题型精讲班也均有涉及。

（3）设数列收敛，则（　）。

A.当时，

B.当时，

C.当时，

D.当时，

【答案】D

【解析】，而要使，只有a=0，故D正确。

【试题点评】本题考查级数收敛性。此知识点在[冲刺阶段的数学冲刺串讲班中第一部分高等数学](http://www.cnedu.cn/)有重点讲解，在强化阶段数学强化班高等数学第九章级数和强化阶段数学重点题型精讲班也均有涉及。

（4）微分方程的特解可设为（　）。

A. 

B. 

C. 

D. 

【答案】C

【解析】齐次方程的特征根为，原方程可分解为两个非齐次方程：和，可知第一个方程的特解为，第二个方程的特解为，故选C.

【试题点评】本题考查微分方程的解。此知识点在[冲刺阶段的数学冲刺串讲班中第一部分高等数学](http://www.cnedu.cn/)有重点讲解，在强化阶段数学强化班高等数学第五章微分方程和强化阶段数学重点题型精讲班也均有涉及。

（5）设具有一阶偏导数，且在任意的，都有，则（　）。

A. 

B. 

C. 

D. 

【答案】D

【解析】易知分别关于单调递增和单调递减，所以选D.

【试题点评】本题考查函数的导数。此知识点在[冲刺阶段的数学冲刺串讲班中第一部分高等数学](http://www.cnedu.cn/)有重点讲解，在强化阶段数学强化班高等数学第二章导数与微分和强化阶段数学重点题型精讲班也均有涉及。

（6）甲乙两人赛跑，计时开始时，甲在乙前方10（单位：m）处，图中，实线表示甲的速度曲线（单位：m/s），虚线表示乙的速度曲线，三块阴影部分面积的数值依次为10，20，3，计时开始后乙追上甲的时刻记为（单位：s），则（　）。



A. 

B. 

C. 

D. 

【答案】C

【解析】时，乙比甲多跑10m，而最开始的时候甲在乙前方10m处。

【试题点评】本题考查函数的导数。此知识点在[冲刺阶段的数学冲刺串讲班中第一部分高等数学](http://www.cnedu.cn/)有重点讲解，在强化阶段数学强化班高等数学第二章导数与微分和强化阶段数学重点题型精讲班也均有涉及。

（7）设为三阶矩阵，为可逆矩阵，使得，则（　）。

A. 

B. 

C. 

D. 

【答案】B

【解析】由相似矩阵的特征值与特征向量的定义，可知.

【试题点评】本题考查可逆矩阵。此知识点在[冲刺阶段的数学冲刺串讲班中第二部分线性代数](http://www.cnedu.cn/)有重点讲解，在强化阶段数学强化班线性代数第二章矩阵和强化阶段数学重点题型精讲班也均有涉及。

（8）已知矩阵，则（　）。

A.A与C相似，B与C相似

B. A与C相似，B与C不相似

C. A与C不相似，B与C相似

D. A与C不相似，B与C不相似

【答案】B

【解析】A，B的特征值为2,2,1，但A有三个线性无关的特征向量，而B只有两个，所以A可对角化，B则不行.

【试题点评】本题考查相似矩阵。此知识点在[冲刺阶段的数学冲刺串讲班中第二部分线性代数](http://www.cnedu.cn/)有重点讲解，在强化阶段数学强化班线性代数第五章特征值与特征向量和强化阶段数学重点题型精讲班也均有涉及。

**二、填空题（每小题4分，共24分）**

（9）曲线的斜渐近线方程为\_\_\_\_\_\_\_\_。

【答案】

【解析】，则斜渐近线方程为.

【试题点评】本题考查导数的应用。此知识点在[冲刺阶段的数学冲刺串讲班中第一部分高等数学](http://www.cnedu.cn/)有重点讲解，在强化阶段数学强化班高等数学第三章中值定理与导数应用和强化阶段数学重点题型精讲班也均有涉及。

（10）设函数由参数方程确定，则=\_\_\_\_\_\_\_\_。

【答案】

【解析】



【试题点评】本题考查二阶导数。此知识点在[冲刺阶段的数学冲刺串讲班中第一部分高等数学](http://www.cnedu.cn/)有重点讲解，在强化阶段数学强化班高等数学第二章导数与微分和强化阶段数学重点题型精讲班也均有涉及。

（11）=\_\_\_\_\_\_\_\_。

【答案】1

【解析】



【试题点评】本题考查定积分的性质。此知识点在[冲刺阶段的数学冲刺串讲班中第一部分高等数学](http://www.cnedu.cn/)有重点讲解，在强化阶段数学强化班高等数学第四章不定积分和定积分和强化阶段数学重点题型精讲班也均有涉及。

（12）设函数具有一阶连续偏导数，且，，则=\_\_\_\_\_\_\_\_。

【答案】

【解析】由题意可知，，

即即∵故c=0,

.

【试题点评】本题考查函数的导数。此知识点在[冲刺阶段的数学冲刺串讲班中第一部分高等数学](http://www.cnedu.cn/)有重点讲解，在强化阶段数学强化班高等数学第二章导数与微分和强化阶段数学重点题型精讲班也均有涉及。

（13）=\_\_\_\_\_\_\_\_。

【答案】

【解析】



【试题点评】本题考查定积分的性质。此知识点在[冲刺阶段的数学冲刺串讲班中第一部分高等数学](http://www.cnedu.cn/)有重点讲解，在强化阶段数学强化班高等数学第四章不定积分和定积分和强化阶段数学重点题型精讲班也均有涉及。

（14）设矩阵的一个特征向量为，则=\_\_\_\_\_\_\_\_。

【答案】-1

【解析】

【试题点评】本题考查矩阵。此知识点在[冲刺阶段的数学冲刺串讲班中第二部分线性代数](http://www.cnedu.cn/)有重点讲解，在强化阶段数学强化班线性代数第五章特征值与特征向量和强化阶段数学重点题型精讲班也均有涉及。

**三、解答题（共94分）**

（15）（本题满分10分）

求

【答案】

【解析】令



【试题点评】本题考查函数的极限。此知识点在[冲刺阶段的数学冲刺串讲班中第一部分高等数学](http://www.cnedu.cn/)有重点讲解，在强化阶段数学强化班高等数学第一章函数、极限、连续和强化阶段数学重点题型精讲班也均有涉及。

（16）（本题满分10分）

设函数具有2阶连续性偏导数，，求。

【答案】；

【解析】



【试题点评】本题考查切线方程与导数的关系。此知识点在[冲刺阶段的数学冲刺串讲班中第一部分高等数学](http://www.cnedu.cn/)有重点讲解，在强化阶段数学强化班高等数学第三章中值定理与导数的应用和强化阶段数学重点题型精讲班也均有涉及。

（17）（本题满分10分）

求。

【答案】

【解析】



【试题点评】本题考查级数。此知识点在[冲刺阶段的数学冲刺串讲班中第一部分高等数学](http://www.cnedu.cn/)有重点讲解，在强化阶段数学强化班高等数学第九章级数和强化阶段数学重点题型精讲班也均有涉及。

（18）（本题满分10分）

已知函数由方程确定，求的极值。

【答案】当x=1时函数有极大值，极大值为1，当x=-1时函数有极小值，极小值为0.

【解析】



方程①两边对x求导得：

令

当

方程②两边再对x求导: 

令

当x=1，y=1时，，当x=-1时，

所以当x=1时函数有极大值，极大值为1，当x=-1时函数有极小值，极小值为0.

【试题点评】本题考查多元函数极值。此知识点在[冲刺阶段的数学冲刺串讲班中第一部分高等数学](http://www.cnedu.cn/)有重点讲解，在强化阶段数学强化班高等数学第六章空间解析几何与多元微分学和强化阶段数学重点题型精讲班也均有涉及。

（19）（本题满分10分）

设函数在区间上具有2阶导数，且，，证明：

（Ⅰ）方程在区间内至少存在一个实根；

（Ⅱ）方程在区间内至少存在两个不同实根。

【答案】略

【解析】

（Ⅰ）证：因为，由极限的局部保号性知，存在，使得，而，由零点存在定理可知，存在，使得。

（Ⅱ）构造函数，因此，

因为，所以，由拉格朗日中值定理知，存在，使得，所以，因此根据零点定理可知存在，使得，所以，所以原方程至少有两个不同实根。

【试题点评】本题考查二阶导数。此知识点在[冲刺阶段的数学冲刺串讲班中第一部分高等数学](http://www.cnedu.cn/)有重点讲解，在强化阶段数学强化班高等数学第二章导数与微分和强化阶段数学重点题型精讲班也均有涉及。

（20）（本题满分11分）

已知平面区域，计算二重积分。

【答案】

【解析】



【试题点评】本题考查二重积分。此知识点在[冲刺阶段的数学冲刺串讲班中第一部分高等数学](http://www.cnedu.cn/)有重点讲解，在强化阶段数学强化班高等数学第七章重积分和强化阶段数学重点题型精讲班也均有涉及。

（21）（本题满分11分）

设是区间内的可导函数，且，点是曲线上的任意一点，在点处的切线与轴相交于点，法线与轴相交于点，若，求上点的坐标满足的方程。

【答案】

【解析】

设曲线L在（x,y）处的切线方程为，所以



对应的法线方程为，所以

因此，即

这是一个齐次方程，可令，最终求得方程的通解为



再由得

【试题点评】本题考查切线方程与导数的关系。此知识点在[冲刺阶段的数学冲刺串讲班中第一部分高等数学](http://www.cnedu.cn/)有重点讲解，在强化阶段数学强化班高等数学第三章中值定理与导数的应用和强化阶段数学重点题型精讲班也均有涉及。

（22）（本题满分11分）

设3阶矩阵有3个不同的特征值，且，

（Ⅰ）证明；

（Ⅱ）如果，求方程组的通解。

【答案】（Ⅰ）略；（Ⅱ）。

【解析】（Ⅰ）证：因为有三个不同的特征值，所以不是零矩阵，因此，若，那么特征根0是二重根，这与假设矛盾，因此，又根据，所以，因此。

（Ⅱ）因为，所以的基础解系中只有一个解向量，又，即，因此基础解系的一个解向量为。因为，故

的特解为，因此的通解为。

【试题点评】本题考查线性方程组的解。此知识点在[冲刺阶段的数学冲刺串讲班中第二部分线性代数](http://www.cnedu.cn/)有重点讲解，在强化阶段数学强化班线性代数第四章线性方程组和强化阶段数学重点题型精讲班也均有涉及。

（23）（本题满分11分）

设二次型在正交变换下的标准型为，求的值及一个正交矩阵。

【答案】，正交矩阵

【解析】二次型的矩阵

因为二次型在正交换下的标准形为，故A有特征值0,

∴|A|=0，故a=2

由得特征值为



解齐次方程组，求特征向量

对，得;

对得

对得;

因为属于不同特征值，已经正交，只需规范化：

令

所求正交矩阵为，对应标准形为.

【试题点评】本题考查二次型。此知识点在[冲刺阶段的数学冲刺串讲班中第二部分线性代数](http://www.cnedu.cn/)有重点讲解，在强化阶段数学强化班线性代数第六章二次型和强化阶段数学重点题型精讲班也均有涉及。