一、选择题

（1）设，则（　）.

A. 

B. 

C. 

D. 

【答案】B

【解析】



所以，从低到高的顺序为a2,a3,a1,选B.

（2）已知函数，则的一个原函数是（　）.

A. 

B. 

C. 

D. 

【答案】D

【解析】对函数做不定积分可得原函数，，因此选择D.

（3）反常函数①，②的敛散性为（　）.

A. 收敛，收敛

B. 收敛，发散

C. 发散，收敛

D. 发散，发散

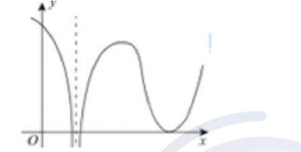
【答案】B

【解析】①收敛。

②发散。

所以，选B.

（4）设函数在内连续，其导函数的图形如图所示，则（　）.



A. 函数有2个极值点，曲线有2个拐点

B. 函数有2个极值点，曲线有3个拐点

C. 函数有3个极值点，曲线有1个拐点

D. 函数有3个极值点，曲线有2个拐点

【答案】B

**【**解析**】**根据图像可知导数为零的点有3个，但是最右边的点左右两侧导数均为正值，因此不是极值点，故有2个极值点，而拐点是一阶导数的极值点或者是不可导点，在这个图像上，一阶导数的极值点有2个，不可导点有1个，因此有3个拐点.

（5）设函数具有二级连续导数，且，若两条求曲线在点处具有公切线，且在该点曲线的曲率大于曲线，则在的某个邻域内，有（　）.

A. 

B. 

C. 

D. 

【答案】A

【解析】因y=f1(x)与y=f2(x)在(x0,y0)有公切线，则f1(x0)=f2(x0), f1’ (x0)=f2’(x0)

又y=f1(x)与y=f2(x) 在(x0,y0)处的曲率关系为k1>k2.



从而在x0的某个领域内f1(x)与f2(x)均为凸函数，故f1(x)≤g(x), f2(x)≤g(x),排除C,D.

令F(x)=f1(x)-f2(x),则F(x0)=0，F’(x0)=0, F”(x0)<0.

由极值的第二充分条件得x=x0为极大值点。

则F(x)≤F(x0)=0，即f1(x)≤f2(x),

综上所述，应选A.

（6）已知函数 ，则（　）.

A. 

B. 

C. 

D. 

【答案】D

【解析】



选D.

（7）设是可逆矩阵，且与相似，则下列结论错误的是（　）.

A. 与相似

B. 与相似

C. 与相似

D. 与相似

【答案】C

【解析】

因为与相似，因此存在可逆矩阵，使得，于是有：

，即，

，因此，

，因此，

而C选项中，不一定等于，故C不正确，选择C.

（8）设二次型的正、负惯性指数分别为1,2，则（　）.

A. 

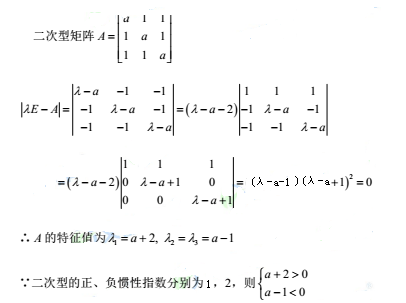
B. 

C. 

D. 或

【答案】C

【解析】



所以，-2<a<1,所以，选C.

二、填空题

（9）曲线的斜渐近线方程为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】



所以，斜渐近线方程为

（10）\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】



（11）以和为特解的一阶非齐次线性微分方程为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】x2-(x2-ex)为对应齐次方程组的解，即ex是y’-y=0的解；



（12）已知函数在上连续，，则当时，\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

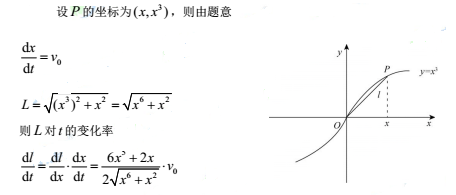
【解析】



（13）已知动点在曲线上运动，记坐标原点与点间的距离为.若点的横坐标对时间的变化率为常数，则当点运动到点时，对时间的变化率是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

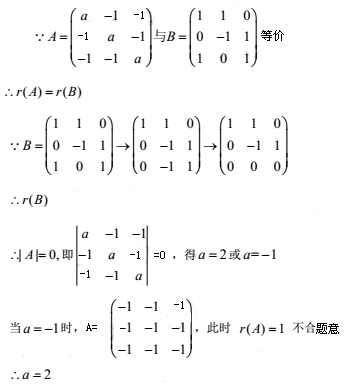




（14）设矩阵与等价，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】2

【解析】

****

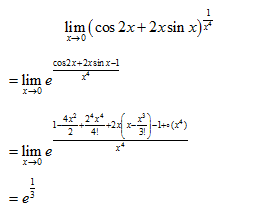
三、解答题

（15）（本题满分10分）

求极限.

【答案】

【解析】



（16）（本题满分10分）

设函数，求并求的最小值.

【答案】

为最小值，最小值为

【解析】



当0<x<1时，



为最小值点，最小值为.

当x≥1时，令f’(x)=2x=0,得x=0(舍)

∴f(x)的最小值为.

（17）（本题满分10分）

已知函数由方程确定的极值.

【答案】极大值为

【解析】

（1）方程①

两边对x,y分别求偏导得

②

③

令得，解得z=0（舍）或y=x.

∴当x≠0时，代入原式得



解得x=-1,y=-1,z=1,则（-1，-1）为驻点。

（2）②式两边对x,y分别求偏导得，

④

⑤

③式两边对y求偏导得

⑥

将x=-1,y=-1,z=1代入⑤⑥得



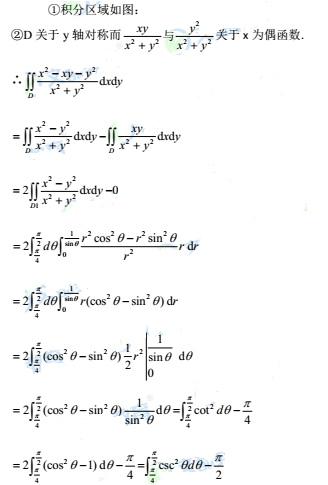
∴x=-1,y=-1为极大值点，极大值为z=1.

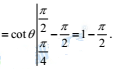
（18）（本题满分10分）

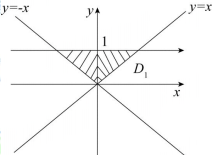
设是由直线围成的有界区域，计算二重积分.

【答案】

【解析】





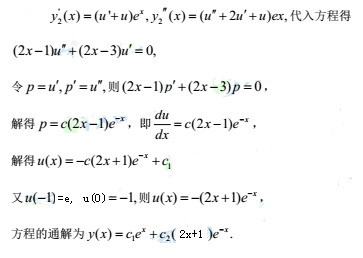


（19）（本题满分10分）

已知函数是二阶微分方程的两个解，若，求并写出微分方程的通解.

【答案】，为任意实数

【解析】

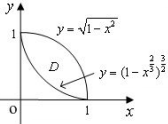


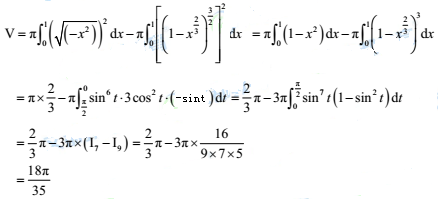
（20）（本题满分11分）

设是曲线与围成的平面区域，求绕轴转一周所得旋转体的体积和表面积.

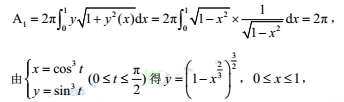
【答案】体积为，表面积为

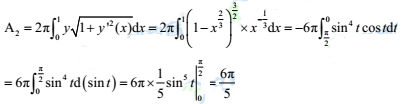
【解析】D的图形如下图所示，D绕x轴旋转一周所得旋转体的体积可看作两个体积之差，即











故

（21）（本题满分11分）

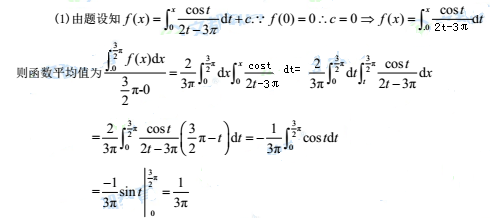
已知函数在上连续，在内是函数的一个原函数，且

（1）求在区间上的平均值；

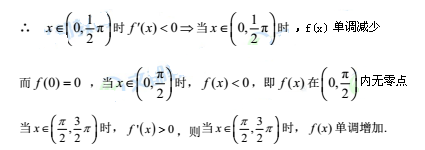
（2）证明在区间存在唯一零点.

【答案】（1）（2）证明略.

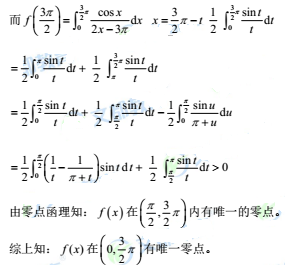
【解析】











（22）（本题满分11分）

设矩阵，且方程组无解，

（1）求的值

（2）求方程组的通解.

【答案】（1）（2）通解为，其中为任意常数.

【解析】

（1）

增广矩阵为：

方程组无解，那么系数矩阵的秩与增光矩阵的值不同，因此.

（2）将代入可得，

因此可得

因此可得

故可得，因此可得方程组的一个特解为，令得到了齐次解为：，因此得到了方程组的通解为：

，其中为任意常数.

（23）（本题满分11分）

已知矩阵

（Ⅰ）求；

（Ⅱ）设3阶矩阵满足.记，将分别表示成的线性组合.

【答案】（Ⅰ）

（Ⅱ）





【解析】

（Ⅰ）利用相似对角化，由得到特征值为，

当时，代入中，求解方程组的解就是特征向量，即

同理得到其他的两个特征向量分别为：对应的特征向量为，对应的特征向量为，

设，则有，因此可得

，根据矩阵可以求得其逆矩阵为

因此有



（Ⅱ），因此可得、，所以



因此有



